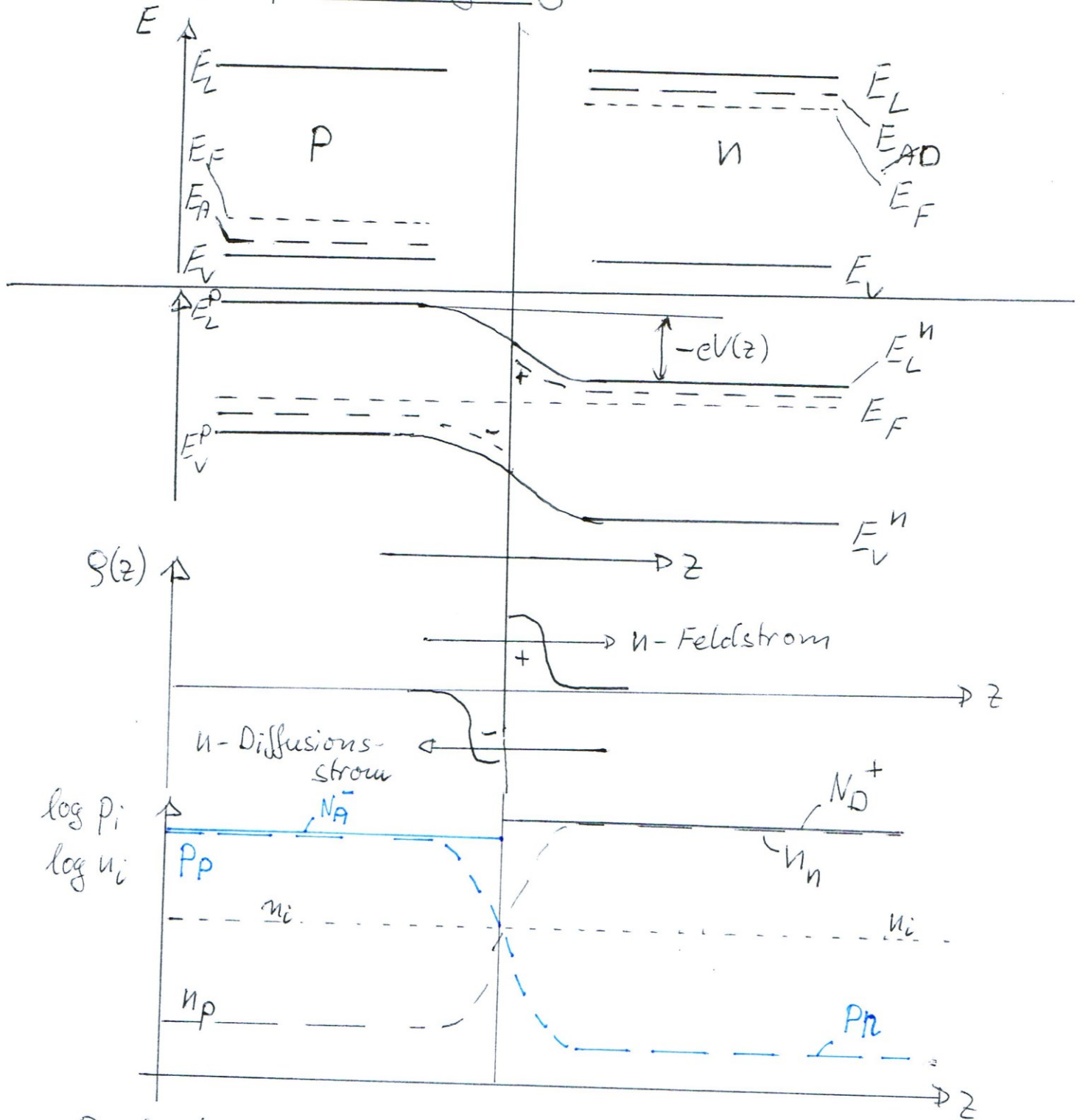


8.4.a Der p-n Übergang

8.11



Beschreibung der Ladungsträgerdichte am pn-Übergang durch ortsabhängiges (makroskopisches) Potential $V(z)$

Poisson - Gleichung:

$$\frac{\partial^2 V(z)}{\partial z^2} = - \frac{\rho(z)}{\epsilon \epsilon_0}$$

8.12

Bandverbiegung in der Raumladungszone

$\varphi(z) \neq 0$: p-Gebiet: $E_A \ll E_F \Rightarrow N_A^0 \rightarrow 0$
 p_p wird kleiner

n-Gebiet: $E_D \gg E_F \Rightarrow N_D^0 \rightarrow 0$
 n_n wird kleiner

$\longrightarrow$ Raumladung

Außerhalb der Raumladungszone: $N_D^+ \approx n_n$ (n)

$N_A^- \approx p_p$ (p)

Majoritätsträger n_n, p_p
 Minoritätsträger n, n_p, p_n

Elektronen und Löcher sind frei beweglich und

Elektronen diffundieren von (n) $\rightarrow$ (p)

Löcher " " (p) $\rightarrow$ (n)

Unabh. von z gilt:

$$n_i^2 = n \cdot p \rightarrow 2 \log n_i = \log n + \log p$$

Tief im (n) bzw. (p)-Gebiet gilt:

$$n_n = N_{eff}^L e^{-\frac{E_L^n - E_F}{k_B T}}; \quad n_p = N_{eff}^L e^{-\frac{E_L^p - E_F}{k_B T}}$$

$$p_p = N_{eff}^V e^{-\frac{E_F - E_V^p}{k_B T}}; \quad p_n = N_{eff}^V e^{-\frac{E_F - E_V^n}{k_B T}}$$

Maximalwert des Potentials $V(z)|_{\max} = V_D$

$$eV_D = -(E_V^n - E_V^p)$$

$$\left. \begin{aligned} n_n \cdot p_p &= N_{\text{eff}}^L N_{\text{eff}}^V e^{-\frac{E_L^n - E_V^p}{k_B T}} \\ n_i^2 &= N_{\text{eff}}^L N_{\text{eff}}^V e^{-\frac{E_L^n - E_V^n}{k_B T}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\frac{n_n p_p}{n_i^2} = e^{-\frac{1}{kT} (E_L^n - E_V^p - E_L^n + E_V^n)} = e^{-\frac{1}{kT} (E_V^n - E_V^p)}$$

$$\ln\left(\frac{n_n p_p}{n_i^2}\right) = -\frac{E_V^n - E_V^p}{kT}$$

$$\boxed{eV_D = kT \ln\left(\frac{n_n p_p}{n_i^2}\right)}$$

ln wesentl. durch
Dotierung
vorgegeben.

T im Reserverbereich oder niedriger $\rightarrow |eV_D| \propto E_g$

Raumladung $\rightarrow$ elektr. Feld $\mathcal{E}$.

$\mathcal{E}$ treibt Ladungsträger aus entgegen Diffusion.

$$\text{Diffusionsstromdichte } j^{\text{Diff}} = j_n^{\text{Diff}} + j_p^{\text{Diff}}$$

$$\text{Feldstromdichte } j^{\text{Feld}} = j_n^{\text{Feld}} + j_p^{\text{Feld}}$$

$$j^{\text{Diff}} = e \left(D_n \frac{\partial n}{\partial z} - D_p \frac{\partial p}{\partial z} \right)$$

$$j^{\text{Feld}} = e (n \mu_n + p \mu_p) \mathcal{E}; \quad \mathcal{E} = \frac{\partial V}{\partial z}$$

Therm. Gleichgew.:

$$j^{\text{Diff}} + j^{\text{Feld}} = 0$$

$$\Rightarrow D_n \frac{\partial n}{\partial z} = n \mu_n \frac{\partial V}{\partial z} \quad ; \quad D_p \frac{\partial p}{\partial z} = p \mu_p \frac{\partial V}{\partial z}$$

(Löcher und Elektronen entstehen und rekomb. paarweise)

Raumladungszone:

$$n(z) = N_{\text{eff}}^L e^{-\frac{1}{kT} (E_L^P - eV(z) - E_F)}$$

$$\frac{\partial n}{\partial z} = n \frac{e}{kT} \frac{\partial V}{\partial z}$$

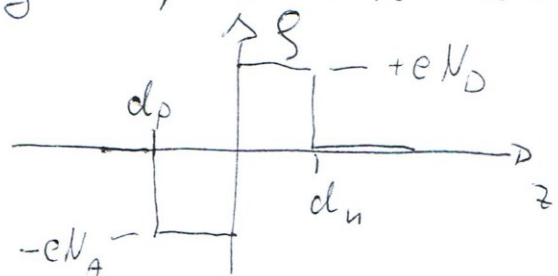
$$\rightarrow D_n n \frac{e}{kT} \frac{\partial V}{\partial z} = n \mu_n \frac{\partial V}{\partial z} \Rightarrow \boxed{D_n = \frac{kT}{e} \mu_n}$$

Einstein-Bez.:

$$\boxed{D_p = \frac{kT}{e} \mu_p}$$

Im Folgenden nehmen wir einen abrupten pn-Übergang an. $\rightarrow$ Einfachere Rechnung aber quantitative Abweichung.

$$\varphi(z) = \begin{cases} 0 & z < -d_p \\ -eN_A & -d_p < z < 0 \\ +eN_D & 0 < z < d_n \\ 0 & z > d_n \end{cases}$$

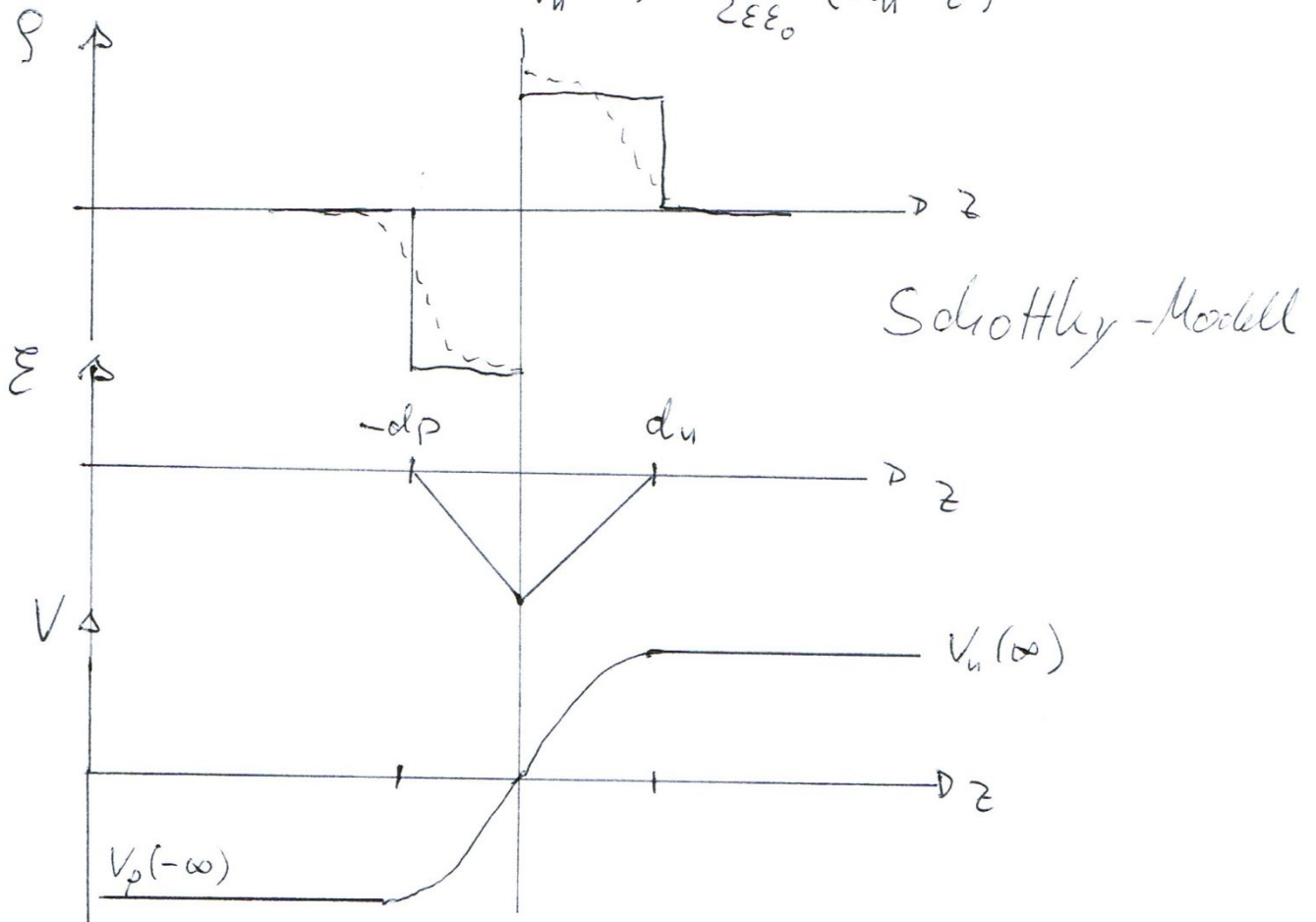


Poissongleichung im (n)- Gebiet

$$\frac{\partial^2 V(z)}{\partial z^2} \approx - \frac{e N_D}{\epsilon \epsilon_0}$$

$$\rightarrow \epsilon_z = -\frac{\partial V}{\partial z} = -\frac{e}{\epsilon \epsilon_0} N_D (d_n - z)$$

$$V(z) = V_n(\infty) - \frac{e N_D}{2 \epsilon \epsilon_0} (d_n - z)^2$$



Ladungsneutralität:

$$N_A d_p = N_D d_n$$

Kontinuität von $V(z)$

$$V_n(\infty) - \frac{e N_D}{2 \epsilon \epsilon_0} d_n^2 = V_p(-\infty) + \frac{e N_A}{2 \epsilon \epsilon_0} d_p^2$$

$$\rightarrow \frac{e}{2 \epsilon \epsilon_0} (N_D d_n^2 + N_A d_p^2) = V_D$$

N_A, N_D durch Dotierungskonz. vorgegeben

$eV_D \approx E_g \Rightarrow$ Ausscheidung $d_p; d_n$

$$\frac{e}{2\epsilon\epsilon_0} \left(N_D d_n^2 + N_A \cdot \frac{N_D^2}{N_A^2} d_n^2 \right) = \frac{e}{2\epsilon\epsilon_0} \left(N_D + \frac{N_D^2}{N_A} \right) d_n^2 = V_D$$

$$\rightarrow \left| d_n^2 = \frac{2\epsilon\epsilon_0 V_D}{e} \frac{N_A / N_D}{N_A + N_D} \right|$$

Analog $\left| d_p^2 = \frac{2\epsilon\epsilon_0 V_D}{e} \frac{N_D / N_A}{N_A + N_D} \right|$

Beispiel-Rechnung: $E_g = 1 \text{ V}$

$$N_A = N_D = 10^{14} \frac{1}{\text{cm}^3} \Rightarrow d_n \approx d_p = 10^4 \text{ \AA} = 10^{-6} \text{ m}$$

$$N_A = N_D = 10^{18} \frac{1}{\text{cm}^3} \Rightarrow d_n \approx d_p = 10^2 \text{ \AA} = 10^{-8} \text{ m}$$

Die el. Feldstärke bei $z=0$ beträgt

$$\mathcal{E} = 10^6 \frac{\text{V}}{\text{m}} \dots 10^8 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$\left(100.000 \frac{\text{V}}{\text{m}} \right)$$

8.4.6 pn-Übergang mit Spannung

§.17

$$V_n(\infty) - V_p(-\infty) = V_D - U$$

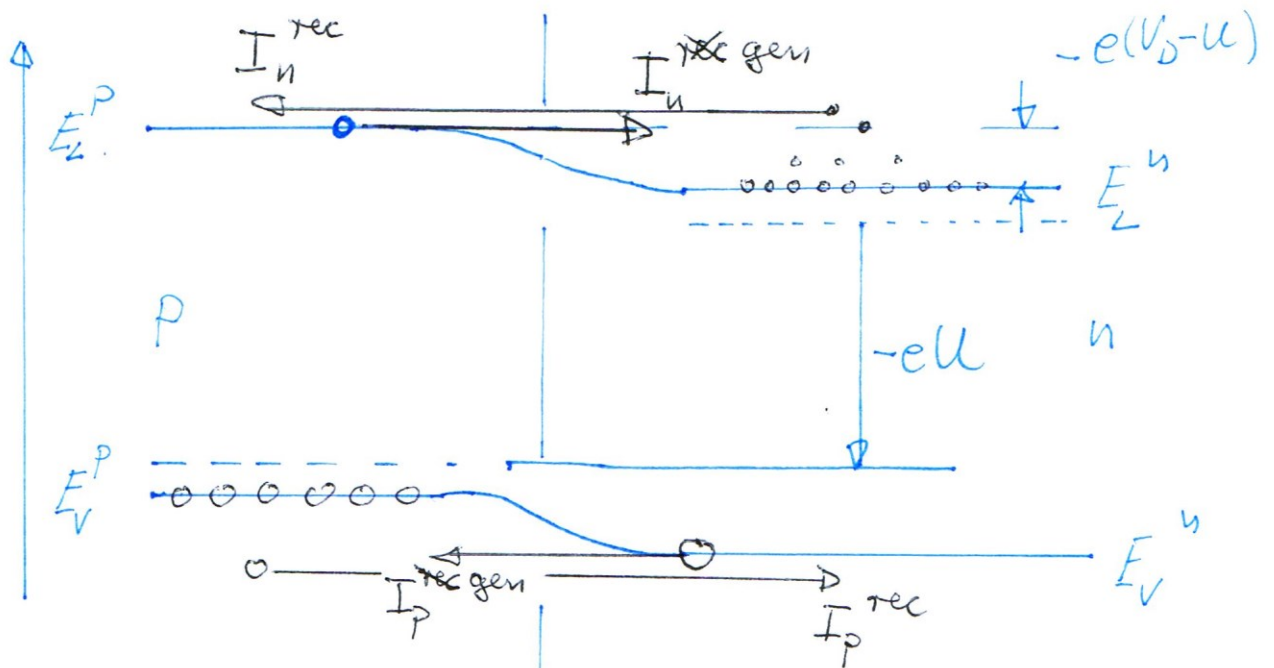
$eU < E_g \rightarrow$ Beschreibung wie vor mit

$$V_D \rightarrow V_D - U$$

$$d_n(U) = d_n(U=0) \cdot \sqrt{\frac{V_D - U}{V_D}}$$

$$d_p(U) = d_p(U=0) \cdot \sqrt{\frac{V_D - U}{V_D}}$$

$$U \neq 0 \Rightarrow I_{\text{Feld}} \neq I_{\text{Diff}}$$



I_n^{gen} : Generationsstrom, der in p generierten Minoritätsladungsträger
 $\hat{=}$ Feldstrom; I_n^{gen} unabh. v. U

I_n^{rec} : Rekombinationsstrom

Elektronen müssen gegen die Potential-schwelle anlaufen

Bruchteil, der das schafft:

$$I_n^{\text{rec}} \propto e^{-\frac{e(V_0 - u)}{kT}}$$

$$I_n^{\text{rec}}(u=0) = I_n^{\text{gen}}(u=0) = I_n^{\text{gen}}(u \neq 0)$$

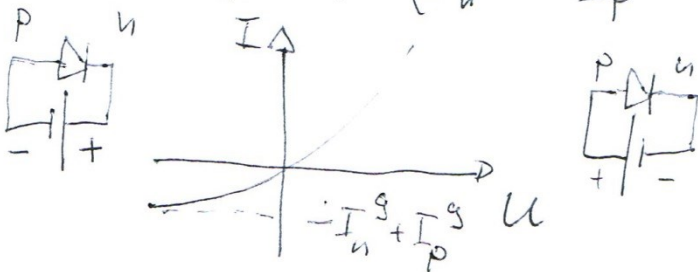
$$\rightarrow I_n^{\text{rec}} = I_n^{\text{gen}} e^{\frac{eu}{kT}}$$

$\Rightarrow$ Gesamter Elektronenstrom:

$$I_n = I_n^{\text{rec}} - I_n^{\text{gen}} = I_n^{\text{gen}} \left(e^{\frac{eu}{kT}} - 1 \right)$$

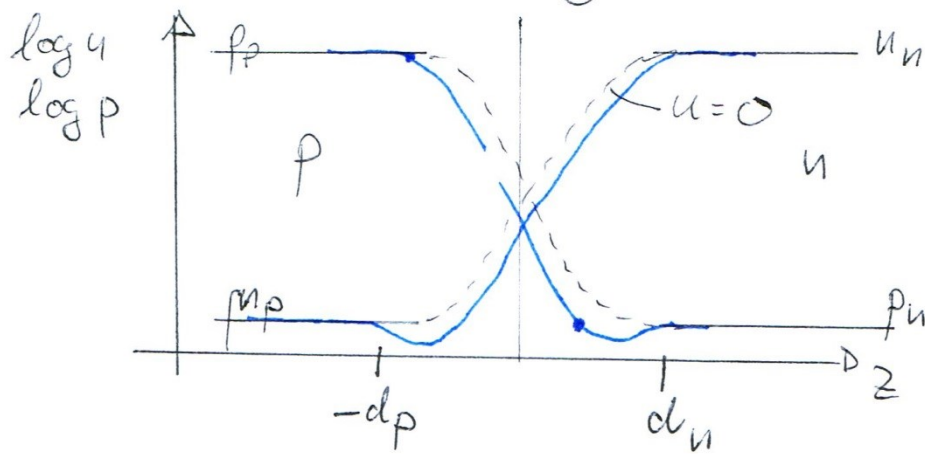
Gesamter Strom

$$I(u) = (I_n^{\text{gen}} + I_p^{\text{gen}}) \left(e^{\frac{eu}{kT}} - 1 \right)$$



Qualitatives Ergebnis, aber wie groß ist $I_{n/p}^{\text{gen}}$?

Quantitative Behandlung d. Sperrstroms



$$j_p^{\text{Diff}}(z=d_n) = -e D_p \left. \frac{\partial p}{\partial z} \right|_{z=d_n}$$

$$p(z=d_n) = p_n e^{\frac{eU}{kT}}$$

Kontinuitätsbeziehung für Löcher:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{e} \text{div } j_p^{\text{Diff}} - \frac{p-p_n}{\tau_p}$$

mittl. Lebensdauer τ_p

stat. Gleichgewicht:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = 0 = -\frac{1}{e} \text{div}_z (j_p^{\text{Diff}}) - \frac{p-p_n}{\tau_p}$$

$$= -\frac{1}{e} \text{div}_z (-e D_p \frac{\partial p}{\partial z}) - \frac{p-p_n}{\tau_p}$$

$$= D_p \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} - \frac{p-p_n}{\tau_p} = 0$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{1}{D_p \tau_p} (p-p_n) \quad \text{Diff.-Gleichung.}$$

$$p(z) \propto e^{-\frac{z}{\sqrt{D_p \tau_p}}}$$

$$\sqrt{D_p \tau_p} = L_p$$

Diff.-Länge

$$-\frac{\partial p}{\partial z} \Big|_{z=d_n} = \frac{p(z=d_n) - p_n}{L_p}$$

$$p(z=d_n) - p_n = p_n \left(e^{\frac{eU}{kT}} - 1 \right)$$

$$\Rightarrow \int_p^{\text{Diff}} (z=d_n) = \frac{eD_p}{L_p} p_n \left(e^{\frac{eU}{kT}} - 1 \right)$$

$$\Rightarrow \left[j(u) = \left(\frac{eD_p}{L_p} p_n + \frac{eD_n}{L_n} n_p \right) \left(e^{\frac{eU}{kT}} - 1 \right) \right]$$

8.5. Exp. Bestimmung d. Störstellen-Konzentration

Kapazitäts-Diode

Ladung in der Raumladungszelle

$$Q = \underbrace{e N_D}_{\text{Ladungsdichte}} \cdot \underbrace{d_n(u) \cdot A}_{\text{Volumen}}$$

Kapazität:

$$C = \left| \frac{dQ}{du} \right| = e N_D A \left| \left(\frac{d}{du} d_n(u) \right) \right|$$

$$\frac{d}{du} d_n = \frac{d}{du} \left(d_n(u=0) \sqrt{1 - \frac{u}{V_D}} \right)$$

$$= -\frac{1}{2V_D} d_n(0) \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u}{V_D}}}$$

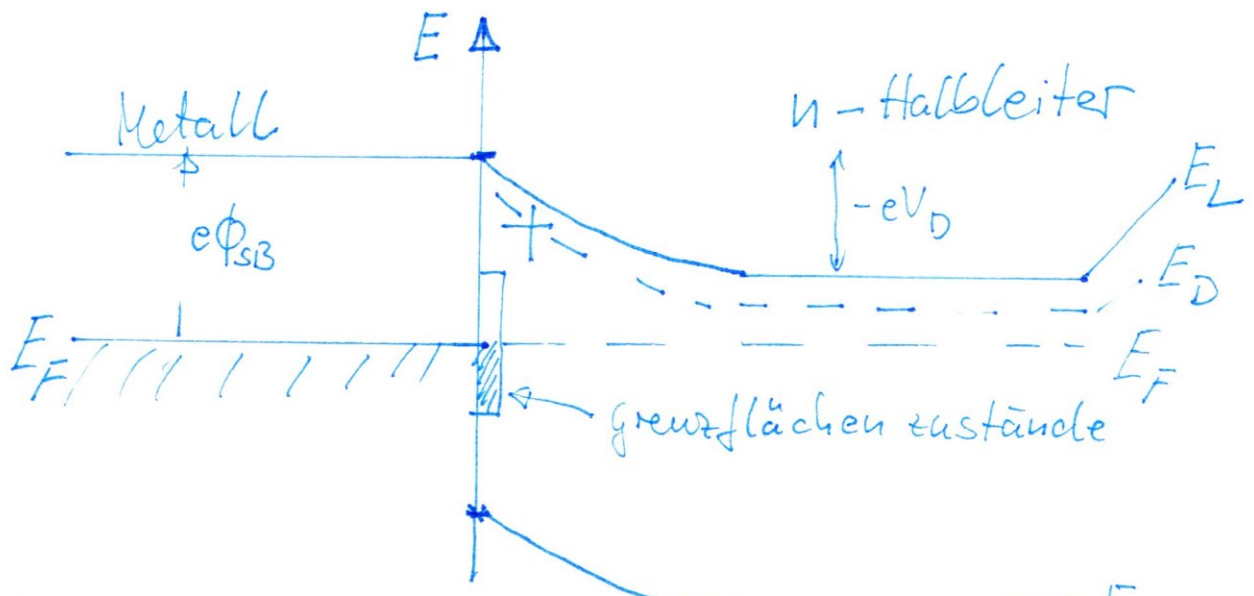
$$= -\frac{1}{2V_D} \sqrt{\frac{2\epsilon\epsilon_0 V_D}{e} \frac{N_A/N_D}{N_A + N_D}} \frac{1}{\sqrt{1 - u/V_D}}$$

$$\hookrightarrow C = \frac{A}{2} \sqrt{\frac{N_A/N_D}{N_A + N_D} \cdot \frac{2e\epsilon\epsilon_0}{V_D - u}}$$

$\rightarrow N_A$ wenn N_D bekannt.

$$\boxed{C = \text{const} \times \frac{1}{\sqrt{V_D - u}}}$$

Halbleiter-Metall Kontakt

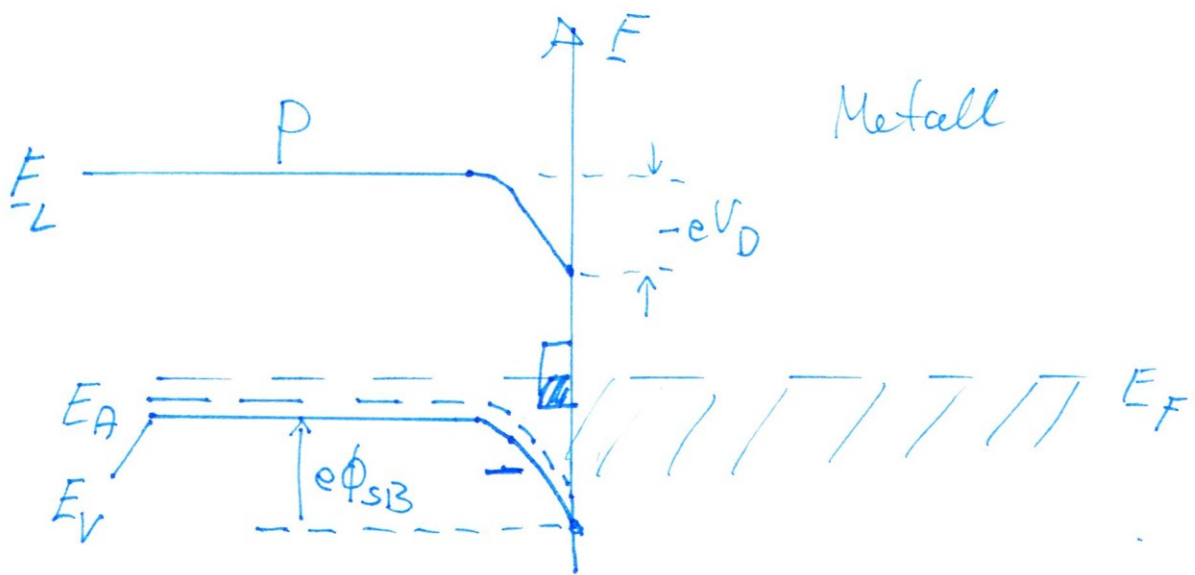


hohe Zustandsdichte der grenzfl.-Zust.
(pinnt) E_F am Neutralitätsniveau.

$e\phi_{SB}$: Schottky-Barriere

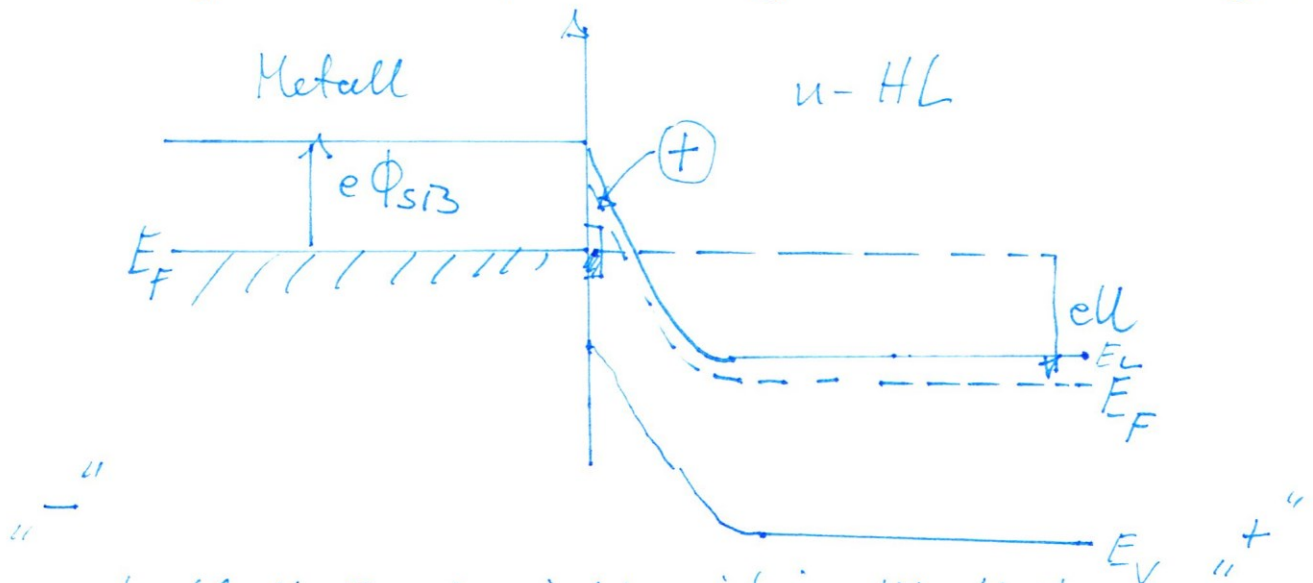
Raumladung Q_{RL} wird durch
Ladung der Grenzfl.-Zustände aus-
geglichen. $e\phi_{SB}$ hängt kaum von
äußeren Feldern oder Dotierung ab.

„Halfte“ eines p-n Übergangs; p-HL durch
Metall ersetzt.



$$(e\phi_{SB})_p + (e\phi_{SB})_n \approx E_g$$

Anlegen einer Spannung (Sperr-Richtung)



Obwohl die Energie niedriger ist im HL fließt kaum Strom.

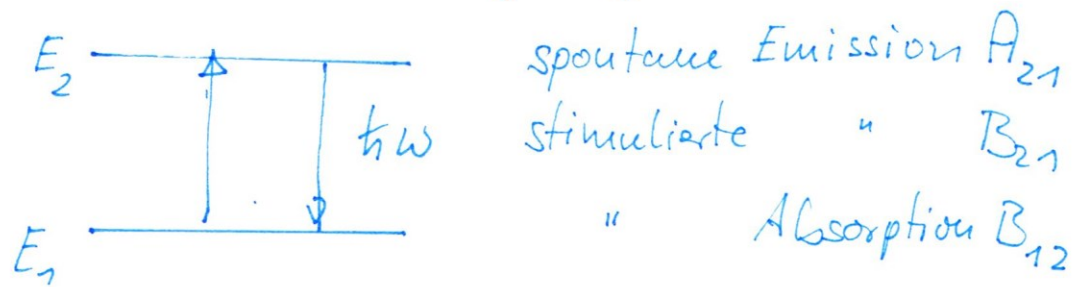
Für Stromtransport muss die Schottky - Barriere überwunden werden.

$N_A \gg N_D$ (N_A quasi im Metall!)

$$d_n(u) = \gamma \sqrt{\frac{2\epsilon\epsilon_0 V_D}{e N_D} \left(1 - \frac{u}{V_D}\right)}$$

$$C = \frac{A}{2} \sqrt{\frac{2e\epsilon\epsilon_0 N_D}{V_D}}$$

Allgem. Laser-Bedingung



Besetzungszahlen der Niveaus E_1 und E_2 : n_1, n_2

Stationärer Zustand:

$$\begin{aligned}\dot{n}_2 &= -B_{21} n_2 |\mathcal{E}(\omega)|^2 - A_{21} n_2 + B_{12} n_1 |\mathcal{E}(\omega)|^2 \\ &= -\dot{n}_1 = 0\end{aligned}$$

$$B_{21} = B_{12} \Rightarrow$$

$$\dot{n}_2 = -(n_2 - n_1) B_{12} |\mathcal{E}(\omega)|^2 - \underbrace{A_{21} n_2}_{\rightarrow 0}$$

$\rightarrow 0$
im Vgl. zu dem
1. Term.

Laserbedingung

$$\dot{n}_2 < 0 \rightarrow \text{dazu ist } n_2 > n_1 \text{ notwendig}$$

$\rightarrow$ Besetzungsinversion

Übertragung der Bedingung auf HL.:

E_L
 E_V

$D_L(E_L) \cdot f(E_L)$: Aus. besetzter Zustände im Leitungs-
 band
 $D_V(E_V) \cdot (1-f(E_V))$: Aus. unbesetzter Zustände
 im Valenzband.

$$-B_{21} D_L(E_L) D_V(E_V) f(E_L) (1-f(E_V)) +$$

$$+ B_{12} D_V(E_V) D_L(E_L) f(E_V) (1-f(E_L)) < 0$$

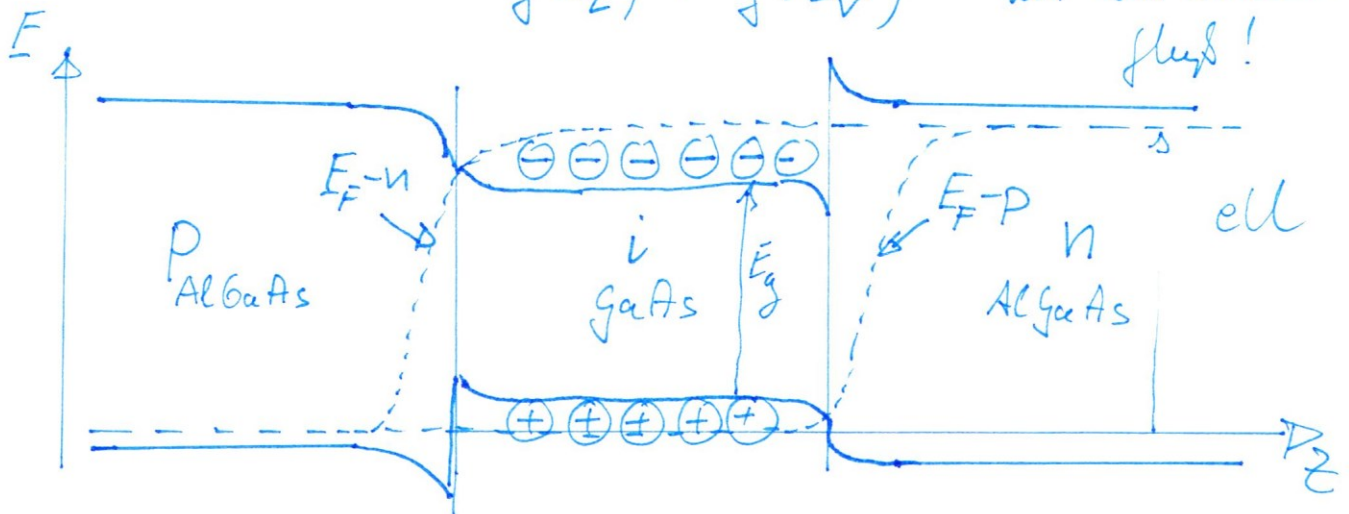
$\uparrow$
 Laserbedingung

$$B_{21} = B_{12}$$

$$\Rightarrow$$

$$f(E_L) (1-f(E_V)) > f(E_V) (1-f(E_L))$$

$$f(E_L) > f(E_V) \quad \text{nur bei Strom-
 fluss!}$$



Quasi-Fermi-Niveaus für Elektronen $E_F - n$ (E_F^n)
 und Löcher $E_F - p$ (E_F^p)

$$f(E_L) = \frac{1}{e^{(E_L - E_F^n)/kT} + 1}$$

$$f(E_V) = \frac{1}{e^{(E_V - E_F^p)/kT} + 1}$$

$$E_F^n - E_F^p > E_L - E_V = E_g$$

Anliegende Spannung U :

$$\underline{eU = E_F^n - E_F^p > E_g \quad (= 1.4 \text{ eV f. GaAs})}$$